Laplace Dönüşümleri ve Diferansiyel Denklemlerin Sayısal Çözümleri ile ilgili Genel Bilgiler

(General Information about Laplace Transforms and Numerical Solutions of Differential Equations)

Emin Taner ELMAS*[1] İbrahim DAĞ[2]

*[1] Dr. Öğr. Üyesi ve Makina Yüksek Mühendisi; Motorlu Araçlar ve Ulaştırma Teknolojileri Bölümü, Otomotiv Teknolojisi, Teknik Bilimler MYO, Iğdır Üniversitesi, Türkiye, Biyomühendislik ve Bilimleri Anabilim Dalı, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Iğdır Üniversitesi, Türkiye,

Iğdır Üniversitesi, 76000
Iğdır – TÜRKİYE
[1]ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7290-2308

[2]İnşaat Mühendisi, Türkiye

Iğdır Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Biyomühendislik ve Bilimleri Anabilim Dalı, Yüksek Lisans (Master) Öğrencisi

[2]ORCID ID: https://orcid.org/0009-0006-1191-6630

Özet

Diferansiyel denklemler, mühendislik ve temel bilimlerde fiziksel olayların matematiksel olarak modellenmesinde temel bir araçtır. Ancak bu denklemlerin doğrudan çözümü, özellikle yüksek mertebeden, başlangıç değerli veya parçalı tanımlanmış fonksiyonlar içeren durumlarda, cebirsel denklemlere kıyasla oldukça zordur. Bu nedenle, diferansiyel denklemleri daha kolay çözülebilir bir biçime dönüştürmenin yollarının aranması doğaldır.

Bu amaçla geliştirilen yöntemlerden biri, diferansiyel denklemi uygun bir **integral dönüşümü** yardımıyla cebirsel bir denkleme dönüştürmektir. Aslında bir diferansiyel denklemi cebirsel bir denkleme dönüştürmenin birden fazla yolu vardır. Bu tür yöntemlerin ortak özelliği, diferansiyel denklemdeki her terimi belirli bir **çekirdek (kernel) fonksiyon** ile çarparak, denklemin tanım bölgesi boyunca integre etmeleridir. Bu işlem sonucunda, bilinmeyen fonksiyonun türevlerini içermeyen, yalnızca dönüşüm uzayında tanımlı cebirsel bir denklem elde edilir.

Bu yaklaşımın en önemli avantajı şudur: Diferansiyel denklemin çözümü, dönüşüm uzayında cebirsel olarak bulunur ve daha sonra **ters dönüşüm** uygulanarak zaman uzayındaki gerçek çözüm elde edilir. Bu nedenle bu yöntemler genel olarak **integral dönüşümleri** olarak adlandırılır. Her integral dönüşümü, kendine özgü integral sınırlarına ve çekirdek fonksiyonlara sahiptir ve belirli tip problemlerde etkilidir.

Bu makalede ele alınan **Laplace dönüşümü**, integral dönüşümleri arasında en yaygın ve en güçlü olanlardan biridir. Laplace dönüşümü, özellikle **zaman değişkeni için tanımlanmış başlangıç değer problemlerinde** ve **yarı sonsuz geometrilerde** (bağımsız değişkenin sıfırdan sonsuza uzandığı problemler) son derece etkilidir. Bu özellik, Laplace dönüşümünü mühendislik uygulamaları için ideal hale getirir.

Laplace dönüşümü, başta **sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemler** ve bu tür denklemlerden oluşan **denklem sistemlerinin çözümünde** kullanılacaktır. Özellikle, diferansiyel denklemin sağ tarafında **homojen olmayan terimler**, **ani değişimler**, **sıçrama süreksizlikleri** veya **parçalı tanımlı fonksiyonlar** bulunduğu durumlarda, Laplace dönüşümü klasik çözüm yöntemlerine göre çok daha büyük bir basitlik sağlar.

Diferansiyel denklemler, doğa olaylarını, mühendislik sistemlerini ve fiziksel süreçleri matematiksel olarak ifade etmenin en güçlü araçlarından biridir. Bu denklemler; hareket, ısı transferi, akışkanlar mekaniği, elektrik devreleri ve kontrol sistemleri gibi birçok alanda karşımıza çıkar. Şimdiye kadar diferansiyel denklemler için ele alınan yöntemler genellikle **analitik çözüm yöntemleri** olmuştur ve bu yöntemlerle elde edilen çözümler **analitik çözüm** olarak adlandırılmıştır.

Analitik çözümler, çözüm fonksiyonunun bağımsız değişkene açık veya kapalı biçimde bağlı olduğu durumlardır. Örneğin $y = x^2$ gibi açık biçimde ifade edilebilen çözümler, bağımsız değişkenin herhangi bir değerinde doğrudan hesap yapılmasına olanak tanır. Bu tür çözümler, hem yoruma açık olmamaları hem de kesin sonuçlar vermeleri nedeniyle matematiksel açıdan son derece değerlidir. Bununla birlikte bazı analitik çözümler kapalı biçimde ifade edilir ve bu durumda çözüm, açık bir fonksiyon şeklinde yazılamaz. Böyle çözümlerde, fonksiyonun davranışını incelemek için ek işlemler yapılması gerekir.

Ancak analitik çözüm yöntemleri, pratikte karşılaşılan diferansiyel denklemlerin büyük bir kısmı için yetersiz kalmaktadır. Özellikle **lineer olmayan**, **değişken katsayılı** ya da **karmaşık sınır ve başlangıç koşullarına** sahip denklemler çoğunlukla analitik olarak çözülemez. Uygulamada karşılaşılan gerçek sistemlerin büyük bir bölümü bu tür denklemlerle ifade edildiğinden, analitik çözümlerin sadece istisnai durumlarda mümkün olduğu görülmektedir.

Bu noktada, diferansiyel denklemlerin çözümü için **yaklaşık çözüm yöntemleri** devreye girer. Yaklaşık çözümler, çözümün tam ifadesini vermek yerine, belirli noktalar için çözüm değerlerinin hesaplanmasını amaçlar. Bu yöntemlerin temelinde, diferansiyel denklemin sürekli yapısının küçük adımlara bölünmesi ve çözümün adım adım ilerletilmesi fikri yer alır. Sayısal çözüm yöntemleri sayesinde, analitik olarak çözülemeyen birçok problem yeterli doğrulukta çözülebilir hale gelir.

Sayısal çözümde elde edilen sonuçlar genellikle **sayısal tablolar** veya **grafikler** şeklinde sunulur. Bu yaklaşım, özellikle mühendislik uygulamalarında son derece kullanışlıdır. Çünkü çoğu zaman bir sistemin belirli zamanlardaki veya belirli konumlardaki davranışı, çözümün genel ifadesinden daha büyük önem taşır. Sayısal yöntemler bu ihtiyacı doğrudan karşılar.

Bu bölümde ele alınan sayısal çözüm yöntemlerinin diferansiyel denklemlerle yakından ilişkili olması nedeniyle, konuya **sayısal integral alma işlemi** ile başlanmıştır. Bir diferansiyel denklemin çözümü, özünde bu denklemin integrasyonuna eşdeğer olduğundan, integralin sayısal olarak nasıl hesaplandığının anlaşılması büyük önem taşır. Bu nedenle dikdörtgen şerit yöntemi, trapez kuralı ve Simpson kuralı gibi temel sayısal integrasyon yöntemleri tanıtılarak, diferansiyel denklemlerin sayısal çözümüne bir zemin hazırlanmıştır.

Sayısal çözüm yöntemleri arasında en basit olanı **Euler yöntemi**dir. Bu yöntem, her ne kadar yüksek doğruluk sağlamasa da, sayısal çözüm mantığını kavramak açısından temel bir öneme sahiptir. Euler yöntemini takiben, daha yüksek doğruluk sağlayan **düzeltilmiş Euler yöntemi** ele alınmış ve ardından mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılan **Runge–Kutta yöntemleri** tanıtılmıştır. Özellikle dördüncü mertebeden Runge–Kutta yöntemi, doğruluk ve hesaplama maliyeti arasındaki dengesi nedeniyle öne çıkmaktadır. [1-53]

Anahtar Kelimeler: Laplace Dönüşümü, Diferansiyel Denklemler, Başlangıç Değer Problemi, Sayısal Yöntemler, Euler Yöntemi, Düzeltilmiş Euler Yöntemi, Heun Yöntemi, Taylor Serisi Yöntemi, Runge Kutta Yöntemleri, Sayısal İntegral, Simpson Kuralı, Dikdörtgen Şerit Yöntemi, Trapez Kuralı, Adams–Bashforth, Adams–Moulton, Runge–Kutta–Fehlberg

Abstract

Title:

"General Information about Laplace Transforms and Numerical Solutions of Differential Equations"

Differential equations are a fundamental tool in engineering and basic sciences for the mathematical modeling of physical phenomena. However, their direct solution is considerably more difficult than algebraic equations, especially when dealing with higher-order, initial-valued, or piecewise defined functions. Therefore, it is natural to seek ways to transform differential equations into a more easily solvable form. One method developed for this purpose is to transform a differential equation into an algebraic equation using an appropriate integral transformation. In fact, there are multiple ways to transform a differential equation into an algebraic equation. The common feature of such methods is that they multiply each term in the differential equation by a specific kernel function and integrate it across the domain of the equation. As a result of this process, an algebraic equation is obtained that does not include the derivatives of the unknown function and is defined only in the transformation space.

The most important advantage of this approach is that the solution to the differential equation is found algebraically in the transformation space, and then the actual solution in the time space is obtained by applying the inverse transformation. Therefore, these methods are generally called integral transformations. Each integral transformation has its own integral limits and kernel functions and is effective in certain types of problems. The Laplace transform, discussed in this article, is one of the most common and powerful integral transforms. The Laplace transform is particularly effective in initial value problems defined for the time variable and in semi-infinite geometries (problems where the independent variable extends from zero to infinity). This property makes the Laplace transform ideal for engineering applications.

The Laplace transform is primarily used to solve linear differential equations with constant coefficients and systems of equations composed of such equations. In particular, when the right-hand side of the differential equation contains non-homogeneous terms, sudden changes, jump discontinuities, or piecewise defined functions, the Laplace transform provides much greater simplicity compared to classical solution methods.

Differential equations are one of the most powerful tools for mathematically expressing natural phenomena, engineering systems, and physical processes. These equations appear in many fields such as motion, heat transfer, fluid mechanics, electrical circuits, and control systems. Until now, the methods used for differential equations have generally been analytical solution methods, and the solutions obtained using these methods are called analytical solutions.

Analytical solutions are those where the solution function is either explicitly or implicitly dependent on the independent variable. For example, solutions that can be expressed explicitly, such as $y=x^2$, allow for direct calculations at any value of the independent variable. Such solutions are extremely valuable from a mathematical perspective because they are both unambiguous and provide precise results. However, some analytical solutions are expressed implicitly, and in this case, the solution cannot be written as an explicit function. In such solutions, additional operations are required to examine the behavior of the function.

However, analytical solution methods are insufficient for most differential equations encountered in practice. In particular, nonlinear equations, equations with variable coefficients, or equations with complex boundary and initial conditions are often unsolvable analytically. Since a large proportion of real systems encountered in practice are expressed with such equations, analytical solutions are only possible in exceptional cases. At this point, approximate solution methods for solving differential equations come into play. Instead of giving the exact expression of the solution, approximate solutions aim to calculate the solution values for specific points. The basis of these methods lies in the idea of dividing the continuous structure of the differential equation into small steps and progressing the solution step by step. Thanks to numerical solution methods, many problems that cannot be solved analytically can be solved with sufficient accuracy.

The results obtained in numerical solutions are usually presented in the form of numerical tables or graphs. This approach is extremely useful, especially in engineering applications, because often the behavior of a system at specific times or locations is more important than the overall expression of the solution. Numerical methods directly address this need. Since the numerical solution methods discussed in this section are closely related to differential equations, the topic is introduced with numerical integration. Because the solution of a differential equation is essentially equivalent to its integration, understanding how the integral is calculated numerically is crucial. Therefore, a foundation for the numerical solution of differential equations is laid by introducing fundamental numerical integration methods such as the rectangular strip method, the trapezoidal rule, and Simpson's rule.

The simplest of the numerical solution methods is the Euler method. Although this method does not provide high accuracy, it is fundamentally important for understanding the logic of numerical solutions. Following the Euler method, the corrected Euler method, which provides higher accuracy, was considered, and then the Runge–Kutta methods, widely used in engineering applications, were introduced. The fourth-order Runge–Kutta method, in particular, stands out due to its balance between accuracy and computational cost. [1-53]

Keywords: Laplace Transform, Differential Equations, Initial Value Problem, Numerical Methods, Euler Method, Modified Euler Method, Heun Method, Taylor Series Method, Runge-Kutta Methods, Numerical Integral, Simpson's Rule, Rectangular Strip Method, Trapezoidal Rule, Adams–Bashforth, Adams–Moulton, Runge–Kutta–Fehlberg

Giriş

I- LAPLACE DÖNÜŞÜMLERİ [1-53]

Laplace Dönüşümleri

Diferansiyel denklemler, mühendislik ve temel bilimlerde fiziksel olayların matematiksel olarak modellenmesinde temel bir araçtır. Ancak bu denklemlerin doğrudan çözümü, özellikle yüksek mertebeden, başlangıç değerli veya parçalı tanımlanmış fonksiyonlar içeren durumlarda, cebirsel denklemlere kıyasla oldukça zordur. Bu nedenle, diferansiyel denklemleri daha kolay çözülebilir bir biçime dönüştürmenin yollarının aranması doğaldır. [1-53]

Bu amaçla geliştirilen yöntemlerden biri, diferansiyel denklemi uygun bir **integral dönüşümü** yardımıyla cebirsel bir denkleme dönüştürmektir. Aslında bir diferansiyel denklemi cebirsel bir denkleme dönüştürmenin birden fazla yolu vardır. Bu tür yöntemlerin ortak özelliği, diferansiyel denklemdeki her terimi belirli bir **çekirdek (kernel) fonksiyon** ile çarparak, denklemin tanım bölgesi boyunca integre etmeleridir. Bu işlem sonucunda, bilinmeyen fonksiyonun türevlerini içermeyen, yalnızca dönüşüm uzayında tanımlı cebirsel bir denklem elde edilir. [1-53]

Bu yaklaşımın en önemli avantajı şudur: Diferansiyel denklemin çözümü, dönüşüm uzayında cebirsel olarak bulunur ve daha sonra **ters dönüşüm** uygulanarak zaman uzayındaki gerçek çözüm elde edilir. Bu nedenle bu yöntemler genel olarak **integral dönüşümleri** olarak adlandırılır. Her integral dönüşümü, kendine özgü integral sınırlarına ve çekirdek fonksiyonlara sahiptir ve belirli tip problemlerde etkilidir. [1-53]

Bu bölümde ele alınan **Laplace dönüşümü**, integral dönüşümleri arasında en yaygın ve en güçlü olanlardan biridir. Laplace dönüşümü, özellikle **zaman değişkeni için tanımlanmış başlangıç değer problemlerinde** ve **yarı sonsuz geometrilerde** (bağımsız değişkenin sıfırdan sonsuza uzandığı problemler) son derece etkilidir. Bu özellik, Laplace dönüşümünü mühendislik uygulamaları için ideal hale getirir. [1-53]

https://doi.org/10.5281/zenodo.18465309

Laplace dönüşümü, başta **sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemler** ve bu tür denklemlerden oluşan **denklem sistemlerinin çözümünde** kullanılacaktır. Özellikle, diferansiyel denklemin sağ tarafında **homojen olmayan terimler**, **ani değişimler**, **sıçrama süreksizlikleri** veya **parçalı tanımlı fonksiyonlar** bulunduğu durumlarda, Laplace dönüşümü klasik çözüm yöntemlerine göre çok daha büyük bir basitlik sağlar. [1-53]

Bu tür problemler genellikle:

- elektrik devre analizlerinden,
- mekanik titreşim sistemlerinden,
- kontrol ve sistem teorisinden,
- ısı ve akışkan problemlerinden kaynaklanmaktadır.

Bu problemlerde çözüm, farklı zaman aralıklarında geçerli olan çözümlerin birleştirilmesini gerektirir. Klasik yöntemlerle bu tür çözümleri elde etmek oldukça zahmetlidir ve hata yapma olasılığı yüksektir. Laplace dönüşümü ise bu karmaşıklığı ortadan kaldırarak, problemi tek bir cebirsel denklem haline indirger ve çözümü sistematik hale getirir. [1-53]

Özetle, bu bölümün amacı; diferansiyel denklemleri doğrudan çözmek yerine, Laplace dönüşümü yardımıyla problemi daha basit bir matematiksel yapıya dönüştürmek ve özellikle mühendislikte sık karşılaşılan karmaşık başlangıç değer problemlerini etkin bir biçimde çözmeyi öğretmektir.

Diferansiyel denklemler, doğa olaylarını, mühendislik sistemlerini ve fiziksel süreçleri matematiksel olarak ifade etmenin en güçlü araçlarından biridir. Bu denklemler; hareket, ısı transferi, akışkanlar mekaniği, elektrik devreleri ve kontrol sistemleri gibi birçok alanda karşımıza çıkar. Şimdiye kadar diferansiyel denklemler için ele alınan yöntemler genellikle **analitik çözüm yöntemleri** olmuştur ve bu yöntemlerle elde edilen çözümler **analitik çözüm** olarak adlandırılmıştır. [1-53]

Analitik çözümler, çözüm fonksiyonunun bağımsız değişkene açık veya kapalı biçimde bağlı olduğu durumlardır. Örneğin $y = x^2$ gibi açık biçimde ifade edilebilen çözümler, bağımsız değişkenin herhangi bir değerinde doğrudan hesap yapılmasına olanak tanır. Bu tür çözümler, hem yoruma açık olmamaları hem de kesin sonuçlar vermeleri nedeniyle matematiksel açıdan son derece değerlidir. Bununla birlikte bazı analitik çözümler kapalı biçimde ifade edilir ve bu durumda çözüm, açık bir fonksiyon şeklinde yazılamaz. Böyle çözümlerde, fonksiyonun davranışını incelemek için ek işlemler yapılması gerekir. [1-53]

Ancak analitik çözüm yöntemleri, pratikte karşılaşılan diferansiyel denklemlerin büyük bir kısmı için yetersiz kalmaktadır. Özellikle **lineer olmayan**, **değişken katsayılı** ya da **karmaşık sınır ve başlangıç koşullarına** sahip denklemler çoğunlukla analitik olarak çözülemez. Uygulamada karşılaşılan gerçek sistemlerin büyük bir bölümü bu tür denklemlerle ifade edildiğinden, analitik çözümlerin sadece istisnai durumlarda mümkün olduğu görülmektedir. [1-53]

Bu noktada, diferansiyel denklemlerin çözümü için **yaklaşık çözüm yöntemleri** devreye girer. Yaklaşık çözümler, çözümün tam ifadesini vermek yerine, belirli noktalar için çözüm değerlerinin hesaplanmasını amaçlar. Bu yöntemlerin temelinde, diferansiyel denklemin sürekli yapısının küçük adımlara bölünmesi ve çözümün adım adım ilerletilmesi fikri yer alır. Sayısal çözüm yöntemleri sayesinde, analitik olarak çözülemeyen birçok problem yeterli doğrulukta çözülebilir hale gelir. [1-53]

Sayısal çözümde elde edilen sonuçlar genellikle **sayısal tablolar** veya **grafikler** şeklinde sunulur. Bu yaklaşım, özellikle mühendislik uygulamalarında son derece kullanışlıdır. Çünkü çoğu zaman bir sistemin belirli zamanlardaki veya belirli konumlardaki davranışı, çözümün genel ifadesinden daha büyük önem taşır. Sayısal yöntemler bu ihtiyacı doğrudan karşılar. [1-53]

Bu bölümde ele alınan sayısal çözüm yöntemlerinin diferansiyel denklemlerle yakından ilişkili olması nedeniyle, konuya **sayısal integral alma işlemi** ile başlanmıştır. Bir diferansiyel denklemin çözümü, özünde bu denklemin integrasyonuna eşdeğer olduğundan, integralin sayısal olarak nasıl hesaplandığının anlaşılması büyük önem taşır. Bu nedenle dikdörtgen şerit yöntemi, trapez kuralı ve Simpson kuralı gibi temel sayısal integrasyon yöntemleri tanıtılarak, diferansiyel denklemlerin sayısal çözümüne bir zemin hazırlanmıştır. [1-53]

Sayısal çözüm yöntemleri arasında en basit olanı **Euler yöntemi**dir. Bu yöntem, her ne kadar yüksek doğruluk sağlamasa da, sayısal çözüm mantığını kavramak açısından temel bir öneme sahiptir. Euler yöntemini takiben, daha yüksek doğruluk sağlayan **düzeltilmiş Euler yöntemi** ele alınmış ve ardından mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılan **Runge–Kutta**

yöntemleri tanıtılmıştır. Özellikle dördüncü mertebeden Runge–Kutta yöntemi, doğruluk ve hesaplama maliyeti arasındaki dengesi nedeniyle öne çıkmaktadır. [1-53]

Yöntem, Bulgular, Tartışma

Fonksiyonların Laplace Dönüşümü[1-53]

Tanım[1-53]

Bir f(t) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:

$$Lf(t) = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

- *t*: zaman
- *s*: Laplace parametresi
- e^{-st}: çekirdek fonksiyon

Amaç:
Zaman alanındaki bir problemi **s-alanına** taşımak.

Temel Örnekler

***f(t)f(t)*f(t)**	***L{f(t)}L\{f(t)\}*L{f(t)}**
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\cos a t$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\sin a t$	$\frac{a}{s^2+a^2}$

Laplace Dönüşümünün Varlığı[1-53]

Her fonksiyonun Laplace dönüşümü **yoktur**.

Yeter koşul:

- **F(x) üstel mertebeden büyümemeli**

$$| f(t) | \leq Me^{kt}$$

Sonuç:

- İntegral **yakınsak** olmalı
- *ss*s, belirli bir değerden büyük olmalı

📌 Fiziksel yorum:
Gerçek sistemlerin çoğu bu koşulu sağlar.

Laplace Dönüşümünün Temel Özellikleri[1-53]

🔹 **Özellik 1: Lineerlik**

$$Laf(t) + bg(t) = aF(s) + bG(s)$$

🔹 **Özellik 2: Öteleme (Kaydırma)**

$$L\{e^{at} f(t)\} = F(s - a)$$

Örnek:

$$L\{e^{2t}\sin t\} = \frac{1}{(s-2)^2+1}$$

- **Özellik 3: *tf(t)***

$$L\{tf(t)\} = -\frac{d}{ds}[F(s)]$$

- **Özellik 4: Türev Alma**

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$$

$$L\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$$

- **Özellik 5: İntegral Alma**

$$L\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s}$$

Özellik 6: Ölçek Değiştirme

$$L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$$

Basamak, Periyodik ve İmpuls Fonksiyonları[1-53]

- **Birim Basamak (Heaviside) Fonksiyonu**

$$u(t-a) = \{0, \quad t < a\}$$

$$u(t-a) = \{0, \quad t \geq a\}$$

$$L\{u(t-a)\} = \frac{e^{-as}}{s}$$

Parçalı fonksiyonların anahtarı [1-53]

- **Periyodik Fonksiyonlar**

Periyot: *T*

$$L\{f(t)\} = \frac{\int_0^T e^{-st} f(t)dt}{1 - e^{-sT}}$$

İmpuls (Dirac Delta)

$$\delta(t-a)$$

$$L\{\delta(t-a)\} = e^{-as}$$

Türevlerin ve Diferansiyel Denklemlerin Laplace Dönüşümleri [1-53]

Örnek:

$$y'' + 3y' + 2y = 0 \quad y(0) = 1, \; y'(0) = 0$$

Laplace:

$$(s^2Y - s - 0) + 3(sY - 1) + 2Y = 0$$

$$Y(s) = \frac{s+3}{s^2+3s+2}$$

Ters Laplace Dönüşümü[1-53]

Amaç:

$$F(s) \Rightarrow f(t)$$

Yöntemler:

- Tablo
- Kısmi kesirler
- Kaydırma özelliği

Örnek:

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

$$f(t) = e^{-t} - e^{-2t}$$

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi [1-53]

Genel kural:

$$\frac{P(s)}{(s-a)(s-b)} = \frac{A}{s-a} + \frac{B}{s-b}$$

Sonra:

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\} = e^{at}$$

Konvolüsyon Teoremi [1-53]

$$L^{-1}\{F(s)G(s)\} = f(t) * g(t)$$

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

📌 Sistem teorisi, sinyal işleme, kontrol

Diferansiyel Denklemlerin Laplace ile Çözümü[1-53]

Genel adımlar:

1. Laplace al
2. Cebirsel çöz
3. Ters Laplace

Avantaj:

- Parçalı
- Ani etkili
- Karmaşık kuvvetler

Lineer Diferansiyel Denklem Sistemleri[1-53]

$$x' = Ax$$

Laplace:

$$(sI - A)X(s) = X(0)$$

Transfer Fonksiyonu: [1-53]

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Bilgisayar Destekli Laplace Yöntemleri[1-53]

- MATLAB
- Python (SymPy)

Örnek:

```
import sympy as sp

t,s=sp.symbols('t s')

sp.laplace_transform(sp.sin(t),t,s)
```

Özetle;

Laplace dönüşümü, diferansiyel denklemleri cebirsel denklemlere dönüştürerek başlangıç değer problemlerinin çözümünü büyük ölçüde kolaylaştıran güçlü bir integral dönüşümüdür. [1-53]

Sorular

Soru 1

$$f(t) = 1$$

Çözüm:

$$L\{1\} = \int_0^\infty e^{-st} dt = \frac{1}{s}, \quad s > 0$$

Soru 2

f(t)=t

Çözüm

$$L\{t\} = \int_0^\infty t e^{-st} dt = \frac{1}{s^2},$$

Laplace Dönüşümünün Varlığı[1-53]

Soru1

$$f(t) = e^{5t}$$

Çözüm:

Laplace dönüşümü **s>5** için vardır.

Soru 2

$$f(t) = e^{t^2}$$

Çözüm:

Üstel mertebeden büyür → **Laplace dönüşümü YOK**

Soru 3

$$f(t) = \frac{1}{t}, \quad t > 0$$

Çözüm:

0’a yakın bölgede tanımsız → **Laplace dönüşümü yok**

Soru 4

$$f(t) = \cos t$$

Çözüm:

Sınırlı fonksiyon → **Laplace dönüşümü vardır**

Laplace Dönüşümünün Temel Özellikleri[1-53]

Soru 1 – Lineerlik

$$f(t) = 3t + 2$$

Çözüm:

$$L\{3t + 2\} = 3\frac{1}{s^2} + 2\frac{1}{s}$$

Soru 2 – Kaydırma

$$f(t) = e^{2t}\cos t$$

Çözüm

$$L\{\cos t\} = \frac{s}{s^2 + 1} \Rightarrow \frac{s - 2}{(s - 2)^2 + 1}$$

Soru 3 – Türev

$$f'(t),\ f(0) = 3$$

Çözüm

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - 3$$

Soru 4 – İntegral

$$\int_0^t sin\tau d\tau$$

Çözüm

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s^2 + 1}$$

Basamak – Periyodik – İmpuls [1-53]

Soru

$$f(t) = u(t - 3)$$

Çözüm

$$L = \frac{e^{-3s}}{s}$$

İmpuls

Soru

$$\delta(t - 4)$$

Çözüm

$$e^{-4s}$$

Ters Laplace

Soru

$$F(s) = \frac{1}{s^2}$$

Çözüm

y=t

Soru

$$\frac{1}{s(s+1)}$$

Çözüm:

$$1 - e^{-t}$$

II- DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ[1-53]

Diferansiyel Denklemlerin Sayısal Çözümü [1-53]

Diferansiyel denklemler, doğa olaylarını, mühendislik sistemlerini ve fiziksel süreçleri matematiksel olarak ifade etmenin en güçlü araçlarından biridir. Bu denklemler; hareket, ısı transferi, akışkanlar mekaniği, elektrik devreleri ve kontrol sistemleri gibi birçok alanda karşımıza çıkar. Şimdiye kadar diferansiyel denklemler için ele alınan yöntemler genellikle **analitik çözüm yöntemleri** olmuştur ve bu yöntemlerle elde edilen çözümler **analitik çözüm** olarak adlandırılmıştır. [1-53]

Analitik çözümler, çözüm fonksiyonunun bağımsız değişkene açık veya kapalı biçimde bağlı olduğu durumlardır. Örneğin $y = x^2$ gibi açık biçimde ifade edilebilen çözümler, bağımsız değişkenin herhangi bir değerinde doğrudan hesap yapılmasına olanak tanır. Bu tür çözümler, hem yoruma açık olmamaları hem de kesin sonuçlar vermeleri nedeniyle matematiksel açıdan son derece değerlidir. Bununla birlikte bazı analitik çözümler kapalı biçimde ifade edilir ve bu durumda çözüm, açık bir fonksiyon şeklinde yazılamaz. Böyle çözümlerde, fonksiyonun davranışını incelemek için ek işlemler yapılması gerekir. [1-53]

Ancak analitik çözüm yöntemleri, pratikte karşılaşılan diferansiyel denklemlerin büyük bir kısmı için yetersiz kalmaktadır. Özellikle **lineer olmayan**, **değişken katsayılı** ya da **karmaşık sınır ve başlangıç koşullarına** sahip denklemler çoğunlukla analitik olarak çözülemez. Uygulamada karşılaşılan gerçek sistemlerin büyük bir bölümü bu tür denklemlerle ifade edildiğinden, analitik çözümlerin sadece istisnai durumlarda mümkün olduğu görülmektedir. [1-53]

Bu noktada, diferansiyel denklemlerin çözümü için **yaklaşık çözüm yöntemleri** devreye girer. Yaklaşık çözümler, çözümün tam ifadesini vermek yerine, belirli noktalar için çözüm değerlerinin hesaplanmasını amaçlar. Bu yöntemlerin temelinde, diferansiyel denklemin sürekli yapısının küçük adımlara bölünmesi ve çözümün adım adım ilerletilmesi fikri yer alır. Sayısal çözüm yöntemleri sayesinde, analitik olarak çözülemeyen birçok problem yeterli doğrulukta çözülebilir hale gelir. [1-53]

Sayısal çözümde elde edilen sonuçlar genellikle **sayısal tablolar** veya **grafikler** şeklinde sunulur. Bu yaklaşım, özellikle mühendislik uygulamalarında son derece kullanışlıdır. Çünkü çoğu zaman bir sistemin belirli zamanlardaki veya belirli konumlardaki davranışı, çözümün genel ifadesinden daha büyük önem taşır. Sayısal yöntemler bu ihtiyacı doğrudan karşılar. [1-53]

Bu bölümde ele alınan sayısal çözüm yöntemlerinin diferansiyel denklemlerle yakından ilişkili olması nedeniyle, konuya **sayısal integral alma işlemi** ile başlanmıştır. Bir diferansiyel denklemin çözümü, özünde bu denklemin integrasyonuna eşdeğer olduğundan, integralin sayısal olarak nasıl hesaplandığının anlaşılması büyük önem taşır. Bu nedenle dikdörtgen şerit yöntemi, trapez kuralı ve Simpson kuralı gibi temel sayısal integrasyon yöntemleri tanıtılarak, diferansiyel denklemlerin sayısal çözümüne bir zemin hazırlanmıştır. [1-53]

Sayısal çözüm yöntemleri arasında en basit olanı **Euler yöntemi**dir. Bu yöntem, her ne kadar yüksek doğruluk sağlamasa da, sayısal çözüm mantığını kavramak açısından temel bir öneme sahiptir. Euler yöntemini takiben, daha yüksek doğruluk sağlayan **düzeltilmiş Euler yöntemi** ele alınmış ve ardından mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılan **Runge–Kutta yöntemleri** tanıtılmıştır. Özellikle dördüncü mertebeden Runge–Kutta yöntemi, doğruluk ve hesaplama maliyeti arasındaki dengesi nedeniyle öne çıkmaktadır. [1-53]

Bölümün ilerleyen kısımlarında, sayısal yöntemlerde ortaya çıkan **ayrıklaştırma hataları** ve **yuvarlama hataları** incelenerek, sayısal çözümlerin güvenilirliği tartışılmıştır. Ayrıca, çok adımlı tahmin–düzeltme yöntemleri ve birinci mertebeden diferansiyel denklem sistemlerinin sayısal çözümü ele alınarak konu genişletilmiştir. Son olarak, modern mühendislik uygulamalarında vazgeçilmez olan bilgisayar destekli sayısal çözüm yazılımlarına değinilmiştir. [1-53]

Kendi Yorumumuz:

Bu bölüm, diferansiyel denklemler dersinin en kritik geçiş noktalarından biridir. Analitik matematikten uygulamalı mühendislik matematiğine geçiş burada başlar. Öğrencinin bu bölümü sadece formül ezberleyerek değil, **"neden sayısal çözüme ihtiyaç duyuyoruz?"** sorusunu içselleştirerek çalışması gerekir. Sayısal yöntemler, matematiksel kesinlikten bir miktar ödün vererek, gerçek dünya problemlerine uygulanabilir çözümler sunar. Bu yönüyle sayısal çözüm, matematiğin soyut gücü ile mühendisliğin pratik gereksinimleri arasında bir köprü görevi görür. [1-53]

Sayısal Çözüme Neden İhtiyaç Duyulur? [1-53]

Şimdiye kadar diferansiyel denklemler için **analitik (kapalı form)** çözümler ele alındı.
Örnek:

- $y = x^2$ → açık biçim
- $y + 3xe^{-y} = 5$→ kapalı biçim

Ancak:

- Lineer olmayan,
- Değişken katsayılı,
- Karmaşık sınır/başlangıç şartlarına sahip

birçok diferansiyel denklemin **analitik çözümü yoktur**.

👉 Bu durumda **yaklaşık (sayısal) çözümler** kullanılır.

Sayısal çözüm:

- Çözümü **grafik** veya
- **Tablo (adım adım sayısal değerler)** şeklinde verir.

Bu bölümde **başlangıç değer problemleri (IVP)** için sayısal yöntemler anlatılır.

Sayısal İntegral İşlemi [1-53]

Sayısal yöntemlerin temeli **integral alma** fikrine dayanır çünkü:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \Rightarrow y(x) = \int f(x,y)dx$$

Analitik integral alınamıyorsa, **sayısal integral** kullanılır.

Dikdörtgen Şerit Yöntemi [1-53]

En basit yöntemdir.

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \sum f(xi)$$

- Alan dikdörtgenlerle yaklaştırılır
- Hata büyüktür

Örnek:

$$\int_0^2 x^2 dx$$

Adım sayısı *n=4,* h=0.5

Yaklaşık sonuç ≈ 2.75

Gerçek sonuç = 2.67

Trapez Kuralı [1-53]

Alan, trapezler ile hesaplanır.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}[f(x0) + 2f(x1) + \cdots + 2f(xn - 1) + f(xn)]$$

✔ Dikdörtgenden daha doğrudur.

Simpson Kuralı [1-53]

En yüksek doğruluğa sahip klasik yöntemdir.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[f(x0) + 4f(x1) + 2f(x2) + \cdots + 4f(xn - 1) + f(xn)]$$

⚠ Adım sayısı **çift** olmalıdır.

Diferansiyel Denklemlerin Sayısal Çözümü[1-53]

Genel problem:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \qquad y(x0) = y0$$

Amaç:

x0 noktasından başlayarak y'nin değerlerini adım adım bulmak.

Durum 1:

$$f = f(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

Bu durumda problem doğrudan **sayısal integrale** indirgenir.

Durum 2: $f = f(x, y)$

En yaygın ve en zor durumdur.

Bu nedenle özel yöntemler geliştirilmiştir.

Euler Yöntemi [1-53]

En basit sayısal diferansiyel denklem yöntemidir.

Temel Formül:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

- Teğet doğrusu yaklaşımı kullanılır
- Hata büyüktür ama öğreticidir

Örnek:

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1, \quad h = 0.1$$

$$y1 = 1 + 0.1(0 + 1) = 1.1$$

Sayısal Yöntemlerde Hata [1-53]

1. Ayrıklaştırma (Truncation) Hatası

- Sürekli sistemin adımlara bölünmesiyle oluşur

2. Yuvarlama Hatası

- Sayıların bilgisayarda yaklaşık tutulması
-

3. Hatanın Denetlenmesi

- Adım küçültülür
- Daha yüksek mertebeden yöntemler kullanılır

Düzeltilmiş Euler Yöntemi (Heun Yöntemi) [1-53]

Euler yönteminin geliştirilmiş halidir.

İki Adım:

1. **Tahmin**

$$y *= y_n + hf(x_n, y_n)$$

2. Düzeltme

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}[f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y *)]$$

Taylor Serisi Yöntemi [1-53]

Çözüm, Taylor açılımıyla elde edilir.

$$y_{n+1} = y_n + hy_n' + \frac{h^2}{2}y_n'' + \cdots$$

⚠ Yüksek türevler gerektiği için pratikte zordur.

Runge–Kutta Yöntemi (RK4) [1-53]

En yaygın kullanılan yöntemdir.

4. Mertebe Runge–Kutta: [1-53]

$$k_1 = hf(xn, yn)$$

$$k2 = hf\left(xn + \frac{h}{2}, yn + \frac{k1}{2}\right)$$

$$k_3 = hf(x_n + 2h,\ y_n + 2k_2)$$

$$k_4 = hf(x_n + h,\ y_n + k_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

✔ Yüksek doğruluk

✔ Pratik

✔ Mühendislikte standart

Runge–Kutta–Fehlberg[1-53]

- Adım büyüklüğünü **otomatik ayarlar**

- Hata kontrolü sağlar

Çok Adımlı Tahmin–Düzeltme Yöntemleri [1-53]

Önceki birkaç noktayı kullanır.

- Adams–Bashforth (tahmin)
- Adams–Moulton (düzeltme)

✔ Daha az hesap yükü

⚠ Başlangıç için RK gerekir

Birinci Mertebeden Denklem Sistemleri [1-53]

Birden fazla diferansiyel denklem:

$$\{x' = f(t, x, y) \quad y' = g(t, x, y)\}$$

Euler ve Runge–Kutta yöntemleri **vektörel** olarak uygulanır.

Bilgisayar Yazılımları ile Sayısal Çözümler [1-53]

- **MATLAB (ode45, ode23)**
- **Maple**
- **Mathematica**
- **MuPad**

Büyük sistemler için zorunludur.

Özet olarak; Bu bölümde ele alınan hususlar:

- Analitik çözülemeyen diferansiyel denklemler
- Sayısal integrasyon

- Euler, Düzeltilmiş Euler
- Runge–Kutta
- Hata analizi
- Bilgisayar destekli çözümler

Sorular

SAYISAL İNTEGRAL İŞLEMİ [1-53]

Örnek 1 (Neden sayısal integral?)

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

Bu integralin kapalı form çözümü yoktur

Sayısal yöntem zorunludur

Simpson kuralı ile yüksek doğruluk elde edilir

👉 Sayısal integrasyonun zorunlu olduğu tipik bir örnek

Örnek 2 (Diferansiyel denkleme geçiş bağlantısı)

$$\frac{dy}{dx} = x^2, \quad y(0) = 0$$

Bu problem:

$$y(x) = \int_0^x x^2 dx$$

Sayısal integral ile çözülür

👉 Diferansiyel denklemin özünde integral problemi olduğu anlaşılır

DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ [1-53]

Örnek 1 (f = f(x) durumu)

$$\frac{dy}{dx} = \sin x\,, \quad y(0) = 1$$

y'ye bağlı değil

Sayısal integral yeterlidir

Euler gibi yöntemlere gerek yok

Örnek 2 (f = f(x,y) durumu)

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1$$

y denklemin içinde

Artık integral tek başına yetmez

Euler / Runge–Kutta gerekir

👉 Sayısal diferansiyel çözümün gerçek başlangıç noktası

EULER YÖNTEMİ [1-53]

Örnek 1 (Yöntemin mantığını gösteren)

$$\frac{dy}{dx} = y, \quad y(0) = 1$$

Çözüm üstel büyür

Euler doğrusal ilerler

Hata adım adım birikir

👉 Euler'in neden kaba olduğunu gösterir

Örnek 2 (Fiziksel anlamlı)

$$\frac{dy}{dt} = -0.5y, \qquad y(0) = 100$$

Soğuma / radyoaktif bozunma modeli

Euler her adımda “azalma hızını” kullanır

👉 Euler’in fiziksel süreçlere uygulanışı

SAYISAL YÖNTEMLERDE HATA [1-53]

Örnek 1 (Adım büyüklüğü etkisi)

Aynı problem:

$$\frac{dy}{dx} = x + y$$

h=0.5 → büyük hata

h=0.1 → küçük hata

👉 Ayrıklaştırma hatası net görülür

Örnek 2 (Yuvarlama hatası)

Bilgisayarda 0.333333 yerine 1/3

Uzun adımlarda hata büyür

DÜZELTİLMİŞ EULER YÖNTEMİ [1-53]

Örnek 1 (Euler vs Düzeltilmiş Euler)

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \qquad y(0) = 1$$

Euler: sadece başlangıç eğimi

Düzeltilmiş Euler: başlangıç + son eğim

👉 “Ortalama eğim” fikri netleşir

Örnek 2 (Grafiksel anlam)

Bir eğri üzerinde:

Euler → teğet doğrusu

Düzeltilmiş Euler → iki teğetin ortalaması

TAYLOR SERİSİ YÖNTEMİ [1-53]

Örnek 1 (Neden pratik değil?)

$$\frac{dy}{dx} = x + y$$

y′, y"′,'y′′′ hesaplanır

Karmaşıklaşır

👉 Teorik olarak güçlü, pratikte zayıf

Örnek 2 (Runge–Kutta bağlantısı)

RK4:

Taylor serisini türev almadan taklit eder

👉 RK4’ün matematiksel kökeni anlaşılır

RUNGE–KUTTA YÖNTEMİ [1-53]

Örnek 1 (Yüksek doğruluk)

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1$$

RK4 ile tek adımda çok yüksek doğruluk

Euler’e göre dramatik fark

👉 RK4'ün neden standart olduğu

Örnek 2 (Mühendislik tipi)

$$\frac{dy}{dt} = -ky + u(t)$$

Kontrol sistemleri

RK4 kararlı ve hassas sonuç verir

👉 Gerçek dünya bağlantısı

TAHMİN–DÜZELTME YÖNTEMLERİ [1-53]

Örnek 1 (Çok adımlı mantık)

İlk 2 nokta RK4 ile

Sonraki noktalar Adams yöntemiyle

👉 Hesap yükü azalır

Örnek 2 (Uzun zamanlı simülasyon)

Isı transferi

Akış problemleri

👉 Uzun süreli hesaplar için ideal

DİFERANSİYEL DENKLEM SİSTEMLERİ [1-53]

Örnek 1 (Fizik)

$$\{x' = v \quad v' = -kx\}$$

Yay–kütle sistemi

RK4 ile sistem çözümü

Örnek 2 (Biyoloji)

$$\{x' = ax - bxy \quad y' = -cy + dxy\}$$

Av–avcı modeli

Analitik çözüm zor

BİLGİSAYAR DESTEKLİ ÇÖZÜMLER [1-53]

Örnek 1 (MATLAB ode45)

RKF45 kullanır

Adımı otomatik ayarlar

👉 Hata kontrolü avantajı

Örnek 2 (Gerçek mühendislik)

El hesabı imkânsız

Bilgisayar zorunlu

Kısa Yorum

Bu örnekler birlikte şunu öğretir:

Sayısal yöntem seçimi = problemin yapısını anlamak

Euler → öğretici
RK4 → güvenilir
Tahmin–düzeltme → verimli
Bilgisayar → kaçınılmaz

Sonuç

Bu makalede Laplace Dönüşümleri ve Diferansiyel Denklemlerin Sayısal Çözümleri ile ilgili Genel Bilgiler özet halinde verilmiş olup; mevcut çalışma, Dr. Öğr. Üyesi Emin Taner ELMAS tarafından verilen bir Yüksek Lisans (Master) dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. [1] numaralı referans ana ders kaynağı olarak değerlendirilmiştir. Bu yüksek lisans dersinin adı "İleri Uygulamalı Matematik" olup, Iğdır Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü-LEE, Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda verilmektedir. İbrahim DAĞ; yüksek lisans (master) öğrencisidir ve akademik danışmanı Dr. Öğr. Üyesi Emin Taner ELMAS'dır. [1-53]

BIOGRAPHY OF AUTHORS:

Asst. Prof. Dr. Dipl.-Ing. Emin Taner ELMAS*1:

Asst.Prof. Dr. Emin Taner ELMAS is a Mechanical Engineer having degrees of B.Sc., M.Sc., Ph.D., and was born in Sivas in 1974. He completed his doctorate at Ege University, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Mechanical Engineering Department, Thermodynamics

Science Branch, and his master's degree at Dokuz Eylül University, Mechanical Engineering Department, Energy Science Branch. He also completed his undergraduate education at Hacettepe University, ZEF, Mechanical Engineering Department and graduated from the faculty with honors in 1995 and became a mechanical engineer. He was awarded a non-refundable scholarship by the Turkish Chamber of Mechanical Engineers in his 4th year because he was the most succesful student during his first 3 classes study at the faculty. He graduated from İzmir Atatürk High School in 1991.

Asst. Prof. Dr. ELMAS has completed his military service as a NATO Officer in Bosnia and Herzegovina. He was a “Reserved Officer” as a “2nd Lieutenant” as an “English-Turkish Interpreter”. He was also a “Guard Commander” and served in Sarajevo, Camp Butmir within the SFOR task force of NATO. He has been awarded with 2 (two) NATO Medals and Turkish Armed Forces Service Certificate of Pride (Bosnia & Herzegovina).

In addition to his academic duties at universities, he has worked as an engineer and manager in various industrial institutions, organizations and companies; He has served as Construction Site Manager, Project Manager, Management Representative, Quality Manager, Production Manager, Energy Manager, CSO-CTO, CBDO, Factory Manager, Deputy General Manager and General Manager.

Asst. Prof. Dr. Elmas is Department Head and is an Assistant Professor of Automotive Technology at the Department of Motor Vehicles and Transportation Technologies at Vocational School of Higher Education for Technical Sciences at IGDIR UNIVERSITY, Turkey. He is also an Assistant Professor of Bioengineering & BioSciences at the same university. He has nearly 30 years of total experience in academia and in industry.

He has served as a scientific referee and panelist for ASME, TUBITAK and many scientific institutions, organizations and universities, including NASA.

“Mechanical Engineering, Energy Transfer, Thermodynamics, Fluid Mechanics, Heat Transfer, Higher Mathematics, Evaporation, Heat Pipes, Space Sciences, Automotive, Bioengineering, Medical Engineering Applications, Neuroengineering, Medical Technique” are his academic and scientific fields of study; “Heating-Ventilation Air Conditioning Applications, Pressure Vessels, Heat Exchangers, Energy Efficiency, Steam Boilers, Power Plants, Cogeneration, Water

Purification, Water Treatment, Industrial Equipment and Machinery, Welding Manufacturing, Sheet Metal Forming, Machining” are his industrial experience fields.

Asst. Prof. Dr. Emin Taner ELMAS is also a musician, saz (baglama) virtuoso player and ney (Nay, Turkish Reed Flute) performer. He plays also cümbüş instrument and performs darbuka rhythm instrument. He has a YouTube Music Channel (Emin Taner ELMAS) which includes some of his sound recordings of him playing the saz-baglama and blowing the ney. He composed the poem written by the great poet Âşık Veysel ŞATIROĞLU under the name of “Raşit Bey” in memory of his father Judge (Hâkim) Raşit ELMAS as “Raşit Bey Türküsü”, wrote it down, notated and published it as an academic article and broadcasted this song on his own music channel. He wrote the poems entitled “Canım Babam” and “Geldim Babam” which he wrote also in memory of his father and published in an academic literature journal, and composed instrumental musics for these poems. He also composed an instrumental song called “Annem Annem Türküsü” and gave it to his mother, Lawyer Tuna ELMAS, as a gift on Mother’s Day, 11.05.2025. He also has a poem titled "Ney and Neyzen." He also wrote and presented a poem titled "Esra Kardeşim" to his sister, Esra ELMAS, an archaeologist and English teacher. He has published books including "Saz-Bağlama Tuning System Method" (“Saz- Bağlama Akort Sistemi Metodu”) and "Ney and Neyzen; Ney's Pitches, Frets, Sound Stages, Octaves, Structure, Performance, Ney Maintenance and Basic Music Theory" (Ney ve Neyzen; Ney’de Perdeler, Ses Devreleri, Oktavlar, Yapısı, İcrası, Ney Bakımı ile Temel Musiki Nazariyatı). He continues his artistic studies by writing various articles, books, poetry, lyrics and also realizing musical composition and repertoire works.

İbrahim DAĞ[2]

Born in Şanlıurfa in 1995, İbrahim Dağ discovered his interest in engineering at a young age and shaped his educational life accordingly. He was accepted to the Civil Engineering Department at Iğdır University in 2016 and graduated in 2020. With the goal of combining different fields of engineering with an interdisciplinary perspective, he studies master's degree (M.Sc.) in Bioengineering and BioSciences Major Science Branch of Graduate School of Natural and Applied Sciences at Iğdır University.

During his graduate studies, he focused on scientific research, particularly on Alzheimer's disease and biomechanical approaches. Thanks to his multidisciplinary approach to mechatronic engineering, he conducts literature reviews and field research on topics such as artificial intelligence-assisted early diagnosis methods and structural biology modeling in neurodegenerative diseases. He also aims to develop an alternative treatment method for Alzheimer's disease by utilizing the therapeutic effects of sound waves generated by the ney flute in his graduate project with his advisor, Asst. Prof. Dr. Emin Taner ELMAS. This project, which he and his advisor are conducting on Alzheimer's treatment, serves as a significant example of the application of technical engineering skills in the healthcare field.

In the summer of 2017, he worked as a civil engineer intern at Bak Yapı, a company operating in Bursa, gaining hands-on experience in a construction site environment. As of 2024, Dağ has been working as a Construction Manager at Doğu Yapı Denetim, where he continues to contribute to scientific projects by balancing his engineering practices with his academic pursuits. Dağ is an advanced user of AutoCAD, IdeCAD, and Microsoft Office programs, and also has experience in technical reporting, field data analysis, and project management.

İbrahim Dağ, who has B1 level reading, writing and speaking proficiency in English, aims to develop technical solutions for Alzheimer's and similar diseases and advance his academic career in this field as a solution-oriented, researcher and disciplined engineer.

Referanslar

[1] Mühendislik ve Temel Bilimler için Diferansiyel Denklemler, Yunus A.Çengel, William J.Palm III, Çeviri Editörleri: Tahsin Engin, Cevdet Cerit, Fatma Ayaz; Güven Bilimsel, (2013) ISBN: 978-975-6240-49-6

[2] ELMAS, Emin Taner, & KUNDURACIOĞLU, I. (2025). An Introduction to Resting Potential and Action Potential (Dinlenme Potansiyeli Ve Aksiyon Potansiyeli'ne Giriş), Studies in Science of Science | ISSN:1003-2053, https://doi.org/10.5281/zenodo.17346814, 2053https://sciencejournal.re/ | Volume 43, Issue 10, 2025

[3] Emin Taner Elmas (2025) "Applied Medi-Brain Energy-Tronic Treatment Method" for the Medical Treatments of SMA – Spinal Muscular Atrophy Disease, Paralyzed Patients, ALS Patients, MPS, SSPE, DMD Patients with the

Biomechanical Analysis of Bionic Prosthetic Robotic Artificial Hand Design. Journal of Engineering and Applied Sciences Technology. SRC/JEAST-469. DOI: doi.org/10.47363/JEAST/2025(7)335

[4] Emin Taner Elmas. A Novel and Unique Neuroengineering Method-Introduction to “Applied Medi Brain Energy Tronic Treatment Method” for SMA Spinal Muscular Atrophy Disease, Paralyzed Patients, ALS Patients, MPS, SSPE, DMD Patients . J Mat Sci Eng Technol. 2025. 3(4): 1-17. DOI: doi.org/10.61440/JMSET.2025.v3.90

[5] Emin Taner Elmas (2026) Thermodynamics and Energy Transfer in Medicine Applications with Archaeomusicology and Music Therapy, Studies in Science of Science | ISSN:1003-2053, https://doi.org/10.5281/zenodo.18130664, https://sciencejournal.re/ | Volume 44, Issue 1, 2026

[6] ELMAS ET (2025) Prosthetics, Artificial Limbs, Implants and Their Biomedical Applications. J Surg 10: 11365 DOI:10.29011/2575-9760.011365 (WoS, PubMed)

[7] ELMAS ET (2025) An Introduction to Electrophysical Properties of the Human Heart. J Surg 10: 11364 DOI: 10.29011/2575-9760.011364 (WoS, PubMed)

[8] Elmas, Emin Taner, ELMAS’s Theory of Thermodynamics”: A Scientific Approach for 5th Law of Thermodynamics -A Theoretical Application Example for Medical Thermodynamics. Op Acc J Bio Sci & Res 2(1)-2020. DOI: 10.46718/JBGSR.2020.01.000030

[9] Emin Taner ELMAS*. Medical Treatment Method of Alzheimer's Disease & Parkinson’s Disease by the Help of the Natural Musical Sound of Nây-ı Şerîf, Instrument of Ney (Ney: Turkish Reed Flute, Nay). IJCMCR. 2024; 42(3): 004 DOI: 10.46998/IJCMCR.2024.42.001039

[10] Elmas, Emin Taner (2020) Medical Treatment Method of “Bio-robotic Resonance and Thermodynamical Interaction” with Analogy of “Frequency – Resonance Setting Formation” on the Application of “Algorithm for Smart Drugs Controlled by a Bio-robotic System” developed for the “Treatment of Covid-19, Coronavirus and Virus Infections”. Open Access Journal of Biogeneric Science and Research (BGSR), Op Acc J Bio Sci & Res 1: 1. DOI: 10.46718/JBGSR.2 020.01.000007.

[11] Elmas Emin Taner (2020) Scope of Applications for Medical Technique at Science and Engineering, Open Access Journal of Biogeneric Science and Research (BGSR), Op Acc J Bio Sci & Res 1: 1. DOI: 10.46718/JBGSR.2020.01.000002.

[12] Emin Taner ELMAS (2024) System Design and Development of a Novel Unique Neuro-Physical Medical Treatment Method for SMA-SPINAL MUSCULAR ATROPHIA-Disease and for Similar Neurological Muscle Diseases. Herculean Res 4(1):90-97

[13] Emin Taner ELMAS*,İbrahim DAĞ and Simge KARADENIZ. General Information about (AD-AH) Alzheimer's Disease. *IJCMCR. 2025; 54(2): 003* ***DOI:*** *10.46998/IJCMCR.2025.54.001333*

[14] Emin Taner ELMAS (2024) Design of Bionic Eye and Artificial Vision System; a Unique Project “Mobile Bio-Eye-Tronic System”. Herculean Res 4(1):97-100 https://dx.doi.org/10.70222/hres23

[15] Emin T. Elmas, & İhsan Ö. Bucak. (2023). Modeling and Simulation of Smart-Drug Algorithms Through Frequency Modulation for the Treatment of Covid-19 and Similar Viruses. Global Journal of Research in Medical Sciences, 3(5), 1–6. https://doi.org/10.5281/zenodo.10051793

[16] Emin T. E., & İhsan Ömür B. (2024). FM Modulated Smart Drug Algorithm for the treatment of Cancer Cells. In Global Journal of Research in Medical Sciences (Vol. 4, Number 1, pp. 1–6). https://doi.org/10.5281/zenodo.10463529

[17] Elmas, Emin Taner (2017) Prospective Characteristics of Contemporary Engineer (By the Approach of MechanicalEngineering) Contribution and Role of the Mechanical Engineer to the Organization Management and Productivity). DeGruyter, Germany (DOI 10.1515 / 9783110355796-007)

[18] Emin Taner ELMAS. (2023). Prototype Desıgn, Productıon and Functıonıng of a Portable (Movable), Home-Type (Domestıcal) Hemodıalysıs Machıne (Unıt). In Global Journal of Research in Medical Sciences (Vol. 3, Number 6, pp. 11–12). https://doi.org/10.5281/zenodo.10252972

[19] Elmas, Emin Taner (2019) Thermodynamical Balance Associated with Energy Transfer Analysis of the Universe Space as a Pressure Vessel Analogy. Journal of Applied Sciences, Redelve International Publications 2019(1): RDAPS- 10002.

[20] Emin Taner Elmas. Design of Bio-Artificial Liver Organ. J Biomed Sci Biotech Res. 2024. 2(3): 1-4. DOI: doi.org/10.61440/JBSBR.2024.v2.12

[21] ELMAS, E. T. (2024). Design of Bionic Ear-Cochlear Implant and Artificial Hearing System; a Unique Project “Mobile Bio-Ear-Tronic System”. Journal homepage: https://gjrpublication. com/gjrms, 4(02). http://doi.org/10.5281/zenodo.12751385

[22] Emin Taner ELMAS* and Levent OĞUL. The Effects of Medicine and Music Therapy Practices on Human Health. *IJCMCR. 2025; 50(2): 003*, *DOI: 10.46998/IJCMCR.2025.50.001233*

[23] Emin Taner E, Servet K. (2025). Biomechanical Analysis of Transtibial Prosthesis Designed for Runners. Biomedical and Clinical Research Journal, 1(2); DOI: http;/02.2025/BCRJ/007.

[24] ET Elmas and MA Cinibulak (2025) Fundamental Scientific and Technical Issues related with the “Hip Replacement Design and Biomechanical Analysis”. Journal of Material Science and Nanotechnology, Matsci Nano J, 2025

[25] ELMAS, Emin Taner, & KUNDURACIOĞLU, I. (2025). A Model for Second Law of Thermodynamics, Relationship between Health, Disease, Aging, Death Processes and Consciousness, Nervous System and Time. In

Global Journal of Research in Medical Sciences (Vol. 5, Number 2, pp. 1–6). https://doi.org/10.5281/zenodo.14973559

[26] ELMAS, Emin Taner, & KUNDURACIOĞLU, I. (2025). Metabolic Heat Production with Energy Transfer and Laws of Human Thermodynamics: The Energy Balance of the Human Body. In Global Journal of Research inMedical Sciences (Vol. 5, Number 2, pp. 7–14). https://doi.org/10.5281/zenodo.14973620

[27] Elmas ET, Kunduracıoğlu I (2025) Artificial Heart Design and Biomechanical Analysis. Open Access Journal of Medicine and Healthcare, Research Article 1(1): 01-06.

[28] ELMAS, Emin Taner, & KUNDURACIOĞLU, I. (2025). Fundamentals of Human Vision System. In Global Journal of Research in Medical Sciences (Vol. 5, Number 2, pp. 103–117). https://doi.org/10.5281/zenodo.15078754

[29] Emin Taner ELMAS, İsmail KUNDURACIOĞLU. *Signal Transduction System in Neurons. International Journal of Research in Medical and Clinical Sciences. 2025;3(1): 26-35.*

[30] Emin Taner ELMAS, İsmail KUNDURACIOĞLU. *An Introduction to Sound and Sound Perception System for Human Ear. International Journal of Research in Medical and Clinical Sciences. 2025;3(1): 36-49.*

[31] Emin Taner ELMAS, İsmail KUNDURACIOĞLU. *Medical Structure of the Human Respiratory System. International Journal of Research in Medical and Clinical Sciences. 2025;3(1): 50-63.*

[32] Emin Taner ELMAS, İsmail KUNDURACIOĞLU. *Medical Structure and Hemodynamics of the Human Circulatory System. International Journal of Research in Medical and Clinical Sciences. 2025;3(1): 64-81.*

[33] Emin Taner ELMAS and İsmail KUNDURACIOĞLU. General Aspects of Advanced Biomechanics. Biomed J Sci & Tech Res 61(5)-2025. BJSTR. MS.ID.009658.

[34] Emin Taner Elmas and İsmail KUNDURACIOĞLU. Conservation Laws and the Main Physical Parameters for Advanced Biomechanics. Biomed J Sci & Tech Res 61(5)-2025. BJSTR. MS.ID.009659.

[35] Emin. T. Elmas, M. Şimşek (2025). Bionic Prosthetic Robotic Artificial Hand Design and Biomechanics Analysis. *Journal of Medical Discoveries. RPC Publishers*. 2(1); DOI: https://www.doi.org/rpc/2025/rpc.jmd/00311

[36] Elmas, E.T. (2025). A Brief Information about Cataract Operation. *European Journal of Science and Modern Technologies, 1*(2), 61-66. https://doi.org/10.59324/ejsmt.2025.1(2).05

[37] ELMAS, Emin Taner. (2025). A Brief Information about Blood Sugar and Diabetes Management. In ICON Journal of Applied Medical Sciences (Vol. 1, Number 1, pp. 1–5). https://doi.org/10.5281/zenodo.15870465

[38] Emin Taner Elmas, Ismail Kunduracioglu. An Introduction to the Medical Body Mechanics and Human Muscles. Journal of Medical and Clinical Case Reports 2(1). https://doi.org/10.61615/JMCCR/2025/APRIL027140418

[39] Emin TE, İsmail K (2025) Elastomechanics Fundamentals for Bones and Fractures. Ann Biotech & Biomed Sci 1(1): 1-12.

[40] Emin Taner ELMAS, Yavuz ORUC, "An Alternative Non-Surgical Cataract Treatment Method in Medicine and Ophthalmology; "Medi-Ultrasound Eye-Tronic Method"", Universal Library of Medical and Health Sciences, 2025; 3(3): 01-07. DOI: https://doi.org/10.70315/uloap.ulmhs.2025.0303001.

[41] Emin Taner ELMAS. System Design and Development of a Novel Unique Neuro-Physical Medical Treatment Method for SMA - Spinal Muscular Atrophy Disease and for Similar Neurological Muscle Diseases. Collect J Neurol. 2024; 1: ART0037. https://doi.org/10.70107/ collectjneurol-art0037

[42] Elmas, E. T., & Oruç, Y. (2025). An Innovative Approach to Medical Thermodynamics and Medical Treatment; Thermodynamics and Entropy; and the Relationship between the Universe, the World, Humans, Society, Economy and Health. In ICON Journal of Applied Medical Sciences (Vol. 1, Number 1, pp. 13–22). https://doi.org/10.5281/zenodo.16877649

[43] Fevzi Daş, Emin Taner Elmas and İhsan Ömür Bucak, Book Chapter: Innovative Use of Machine Learning-Aided Virtual Reality and Natural Language Processing Technologies in Dyslexia Diagnosis and Treatment Phases; From the Edited Volume Digital Frontiers - Healthcare, Education, and Society in the Metaverse Era;(2024) , Written By Fevzi Daş, Emin Taner Elmas and İhsan Ömür Bucak, DOI: 10.5772/intechopen.1006621, IntechOpen Limited, UNITED KINGDOM; indexed in the Book Citation Index in Web of Science™ Core Collection (BKCI)

[44] Elmas, Emin Taner (2017) Productivity and Organizational Management (The Book) (Chapter 7): Prospective Characteristics of Contemporary Engineer (By the Approach of Mechanical Engineering) Contribution and Role of the Mechanical Engineer to the Organization Management and Productivity. Machado Carolina, Davim J Paulo (Eds.), DEGRUYTER, Walter de Gruyter GmbH, Berlin / Boston, Spain (ISBN:978-3-11-035545-1) (BKCI)

[45] Elmas, Emin Taner, (2014), Çağımızın Mühendisinden Beklenenler, Gece Kitaplığı, ISBN:9786053244158

[46] Emin Taner ELMAS, "System Design and Development of a Novel Unique Neuro- Physical Medical Treatment Method for SMA – Spinal Muscular Atrophy Disease and for Similar Neurological Muscle Diseases" has been accepted for presentation at the World congress on Biomedical Science and Engineering, scheduled to be held on November 06-07, 2025, at NH Vienna Airport Conference Center, Vienna, Austria
(Konferans- Kongre-Bildiri)

[47] Emin Taner ELMAS, -A Novel and Unique Neuroengineering Method- Introduction to "Applied Medi-Brain Energy-Tronic Treatment Method" for SMA – Spinal Muscular Atrophy Disease, Paralyzed Patients, ALS patients, MPS, SSPE, DMD Patients, *3rd Global Webinar on Neuroscience And Mental Disorders December 03-04, 2025*
(Konferans- Kongre-Bildiri)

[48] ELMAS, E. T. (2026). Scientific and Technical Introduction to - "Applied Medi-Brain Energy-Tronic Treatment Method"- which is a Novel and Unique Physiological, Neuroengineering and Neuroscientific Medical Treatment Method for SMA – Spinal Muscular Atrophy Disease, Paralyzed Patients, ALS patients, MPS, SSPE, DMD Patients and Other Similar Neurological Diseases. *J Psychol Neurosci; 8*(1):1-19.

[49] Emin Taner Elmas (2025) “Applied Medi-Brain Energy-Tronic Treatment Method” for the Medical Treatments of SMA – Spinal Muscular Atrophy Disease, Paralyzed Patients, ALS Patients, MPS, SSPE, DMD Patients with the Biomechanical Analysis of Bionic Prosthetic Robotic Artificial Hand Design. Journal of Engineering and Applied Sciences Technology. SRC/JEAST-469. DOI: doi.org/10.47363/JEAST/2025(7)335

[50] Emin Taner Elmas. A Novel and Unique Neuroengineering Method-Introduction to “Applied Medi Brain Energy Tronic Treatment Method” for SMA Spinal Muscular Atrophy Disease, Paralyzed Patients, ALS Patients, MPS, SSPE, DMD Patients . J Mat Sci Eng Technol. 2025. 3(4): 1-17. DOI: doi.org/10.61440/JMSET.2025.v3.90

[51] Emin Taner ELMAS, İbrahim DAĞ, Alzheimer Hastalığının Tüm Yönleri ile Değerlendirilmesi , *(A Comprehensive Assessment of Alzheimer's Disease), Journal of Systems Engineering and Electronics (ISSN NO: 1671-1793) Volume 36 ISSUE 1 2026*

[52] Emin Taner Elmas*, A Scientific Research for an Artificial BioSystem Reactor Unit Including a Thermodynamic Energy Conversion System to be used for Space Science, LIBERTE JOURNAL (ISSN:0024-2020) VOLUME 14 ISSUE 1 2026*

[53] Emin Taner ELMAS, İbrahim DAĞ, Alzheimer Hastalığı ve Parkinson, ALS gibi benzer Nörodejeneratif Hastalıkların, Termodinamik ve Fizik Bilimleri Dahilinde İncelenmesi, Alzheimer Hastalığının Termodinamiksel Analizinin Ortaya Konması ile Ney ve diğer Enstrümanların Ürettiği Müzik Sesi Frekansları ile Tedavinin nasıl İlişkilendirilebileceği Hususunun İncelenmesi , (The study of Alzheimer's Disease and similar neurodegenerative diseases such as Parkinson's and ALS within the framework of Thermodynamics and Physical Sciences, the presentation of a thermodynamic analysis of Alzheimer's Disease, and the investigation of how the treatment can be related to the musical sound frequencies produced by the ney and other instruments), Studies in Science of Science | ISSN:1003-2053, https://doi.org/10.5281/zenodo.18302960, 2026